



Schweizerische Eidgenossenschaft
Confédération suisse
Confederazione Svizzera
Confederaziun svizra

Dipartimento federale della difesa,
della protezione della popolazione e dello sport DDPS

Ufficio federale di topografia swisstopo

Formule e costanti per il calcolo della proiezione cilindrica svizzera e per la trasformazione tra sistemi di coordinate

Versione del dicembre 2016

Editore
Geodesia
Ufficio federale di topografia swisstopo
Seftigenstrasse 264, casella postale
CH-3084 Wabern

Tel. +41 58 469 01 11
Fax +41 58 469 04 59
info@swisstopo.ch
www.swisstopo.ch

Indice

1	Informazioni di base	3
1.1	Sommario dei sistemi di riferimento e dei quadri di riferimento usati in Svizzera.....	3
1.2	Sistemi altimetrici usati in Svizzera.....	4
1.3	Ellissoide di riferimento usato in Svizzera	5
1.4	Parametri di trasformazione CHTRS95/ETRS89 \Leftrightarrow CH1903+	5
1.5	Parametri Granit87	5
2	Conversione tra coordinate ellissoidiche e cartesiane geocentriche.....	6
2.1	Coordinate ellissoidiche (longitudine λ , latitudine φ , quota h) \Rightarrow Coordinate cartesiane geocentriche X, Y, Z.....	6
2.2	Coordinate cartesiane geocentriche X, Y, Z \Rightarrow coordinate ellissoidiche (longitudine λ , latitudine φ , quota h).....	6
3	Formule della proiezione svizzera	7
3.1	Annotazioni, costanti e valori ausiliari.....	7
3.2	Coordinate ellissoidiche (φ , λ) \Rightarrow Coordinate nella proiezione svizzera (formule rigorose)	8
3.3	Coordinate nella proiezione svizzera \Rightarrow coordinate ellissoidiche (λ , φ) (formule rigorose)	9
3.4	Coordinate nella proiezione svizzera \Rightarrow coordinate ellissoidiche (φ , λ) (formule approssimate)	10
3.5	Coordinate ellissoidiche (λ , φ) \Rightarrow Coordinate nella proiezione svizzera (formule approssimate)	11
3.6	Formule per la convergenza del meridiano e per la distorsione di scala.....	12
4	Soluzione approssimata per la trasformazione CH1903 \Leftrightarrow WGS84	13
4.1	Formule approssimate per la trasformazione diretta da coordinate ellissoidiche WGS84 verso coordinate nella proiezione svizzera.....	13
4.2	Formule approssimate per la trasformazione diretta da coordinate nella proiezione svizzera verso coordinate ellissoidiche WGS84	14
5	Diagramma delle differenze tra CH1903/CH1903+ e ETRS89/WGS84	15
6	Sommario delle trasformazioni.....	18
6.1	Da MN03/LF02 a ETRS89	18
6.2	Da ETRS89 a MN03/LF02	18
7	Esempi numerici.....	19
7.1	Cambio di coordinate MN03/LF02 \Rightarrow ETRS89	19
7.2	Cambio di coordinate ETRS89 \Rightarrow MN03/LF02	20
8	Riferimenti	20

1 Informazioni di base

1.1 Sommario dei sistemi di riferimento e dei quadri di riferimento usati in Svizzera

Sistema	Frame	Ellissoide	Proiezione
ETRS89	ETRF93	GRS80	(UTM)
CHTRS95	CHTRFxx	GRS80	(UTM, Zone 32)
CH1903	MN03 (MN03-C, MN03-M)	Bessel 1841	Cilindrica conforme obliqua
CH1903+	MN95	Bessel 1841	Cilindrica conforme obliqua

Il sistema di riferimento tridimensionale **CHTRS95** (Swiss Terrestrial Reference System 1995) è strettamente legato all'European Terrestrial Reference System **ETRS89** ed è identico ad esso all'epoca 1993.0. Poiché, fino ad ora, non ci sono ragioni per cambiarlo, i due sistemi rimarranno identici ancora per qualche tempo. CHTRF95, CHTRF98, CHTRF2004, CHTRF2010 e CHTRF2016, sono i sistemi di riferimento realizzati fino ad oggi e si basano su coordinate geocentriche-cartesiane della stazione fondamentale di Zimmerwald nel sistema ETRF93 all'epoca 1993.0.

CH1903 è il classico sistema di riferimento locale derivato dalla triangolazione. Il suo quadro di riferimento MN03 (Misurazione Nazionale 1903) è stato fino alla fine del 2016 il riferimento per la misurazione ufficiale nella maggior parte dei cantoni. In origine era definito solo a livello locale per quanto riguarda l'osservatorio di Berna e con le coordinate del piano 0 / 0 per il centro di proiezione. Queste cosiddette "coordinate civili" (MN03-C) sono state successivamente sostituite dalle "coordinate militari" (MN03-M) in cui il centro di proiezione ha ricevuto una falsa coordinata est di 600000 metri ed una falsa coordinata nord di 200000 m. Questa scelta ha evitato numeri negativi e la confusione tra est e nord (la direzione est è sempre più grande di quella nord) ovunque in Svizzera. Inoltre, la proiezione è stata definita in maniera globale rispetto al meridiano di Greenwich (invece che dal meridiano di Berna). Nel corso del XX secolo tutti i cantoni hanno adottato MN03-M. Tecnicamente i due sistemi MN03-C e MN03-M possono essere calcolati esattamente con le stesse formule e costanti ad eccezione della falsa Est/Nord. In MN03, la coordinata est viene solitamente abbreviata con la lettera Y, mentre la coordinata nord con la lettera X.

Il sistema di riferimento locale **CH1903+** con il suo quadro di riferimento **MN95** (*Misurazione Nazionale 1995*) è derivato da CHTRS95. Nella definizione del CH1903+, si è fatto in modo che esso rimanesse il più vicino possibile al vecchio sistema di riferimento CH1903. I parametri che definiscono il sistema sono stati trasferiti dalla vecchia stazione fondamentale (vecchio osservatorio di Berna, che non esiste più) alla nuova stazione fondamentale di Zimmerwald. Al fine di evitare confusione tra MN03 e MN95, il centro di proiezione (che rimase presso l'osservatorio di Berna) ha ottenuto una falsa Est/Nord di 2'600'000/1'200'000 m. Tranne che per questa eccezione, tutte le formule di calcolo e le costanti rimangono le stesse di CH1903/MN03. In MN95, la est viene solitamente abbreviata con la lettera E, mentre il nord con la lettera N.

I quadri di riferimento MN03 e MN95 mostrano differenze fino a 1.6 metri a causa delle distorsioni locali di MN03. Queste distorsioni locali sono modellate con una trasformazione affine locale (programma FINELTRA, impostando i dati CHENyx06) o con le griglie di distorsione ottenute in vari formati per i software GIS o ricevitori GPS.

Tutte le trasformazioni tra sistemi e quadri di riferimento utilizzati in Svizzera sono possibili mediante il software REFRAME, che è disponibile anche come servizio gratuito su internet.

1.2 Sistemi altimetrici usati in Svizzera

Il sistema altimetrico ufficiale **LF02**, che è ancora in uso, è stato definito nel 1902 fissando "l'altezza sul livello del mare" del *Repère Pierre du Niton* H (RPN) = 373,6 m di Ginevra, che fu ottenuta da una connessione di misure dal mareografo di Marsiglia. I dislivelli tra i capisaldi della livellazione sono stati determinati mediante una livellazione pura. Le altezze relative ai punti nodali del 'nivellement de précision' (1864 - 1891) furono tenute fisse, e il campo di gravità non fu preso in considerazione.

Il nuovo sistema altimetrico **RAN95** (*Rete Altimetrica Nazionale 1995*) si basa anche sull'altezza del RPN. Tuttavia, in questo sistema altimetrico è stato definito il valore geopotenziale della stazione fondamentale di Zimmerwald. Le altezze dei capisaldi RAN95 sono calcolate mediante una compensazione cinematica dalla rete di livellazione che prende in considerazione misure di gravità. L'utente ottiene altezze ortometriche (RAN95-o) derivate dai numeri geopotenziali calcolati, ma sono anche disponibili le altezze normali (RAN95-n).

È stato definito un sistema di altezza supplementare **CHVN95** per lo scambio di dati con i Paesi vicini. È, per il momento, identico al *European vertical height system* EVRS. Essa si basa sulla definizione di altezza del mareografo di Amsterdam (NAP) e sui risultati della rete Europea di livellazione (UELN) e della rete Europea di Riferimento verticale (EUVN). In questo sistema, le informazioni sull'altezza sono scambiate sotto forma di numeri geopotenziali o di altezze normali.

Le relazioni tra le altezze ortometriche del RAN95 con altezze ellissoidiche di CH1903+ e CHTRS95 è garantita attraverso il modello ufficiale svizzero del geoide **CHGeo2004**, che è stato calcolato dalle misurazioni gravimetriche, dalle deviazioni della verticale e dalle stazioni GPS/livellazioni.

Le differenze tra le altezze normali di RAN95 e CHVN95 (~EVRS) sono modellate preliminarmente con semplice *offset* di 10,3 cm (altezza RAN95 meno altezza UELN). Questo valore viene da un confronto dei risultati delle RAN95 con i valori di UELN95/98.

Le differenze tra RAN95 (ortometriche) e LF02 sono tra i -20 cm nel nord del paese e 50 centimetri sulle cime più alte delle Alpi e mostrano una correlazione molto forte con l'altezza. La trattazione dei movimenti verticali ed i vincoli introdotti in LF02 non possono essere modellati da un singolo scarto a causa del loro diverso modo di ridurre la gravità. Per una trasformazione tra questi sistemi altimetrici, le differenze sono separate in due parti: la prima parte descrive le differenze tra LF02 e le altezze ellissoidiche, mentre la seconda parte descrive un fattore di scala di altezza che viene utilizzato per una trasformazione tra altezze ellissoidiche e altezze ortometriche. Entrambe le parti sono memorizzati in griglie con una risoluzione di 1 chilometro.

Tutte le trasformazioni di altezza per la Svizzera sono possibili con il software HTRANS o più in generale con il programma "REFRAME".

1.3 Ellissoide di riferimento usato in Svizzera

Ellissoide	Semiassse maggiore a [m]	Semiassse minore b [m]	Appiattimento 1/f	1ª Eccentr. num. e ²
Bessel 1841	6377397.155	6356078.962822	299.15281285	0.006674372230614
GRS 80	6378137.000	6356752.314140	298.257222101	0.006694380023011
WGS 84	6378137.000	6356752.314245	298.257223563	0.006694379990197

Appiattimento: $f = \frac{a - b}{a}$

Quadrato dell'eccentricità: $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$

1.4 Parametri di trasformazione CHTRS95/ETRS89 ⇔ CH1903+

Questi parametri sono stati utilizzati dal 1997 per la trasformazione tra CHTRS95 e CH1903+. Possono essere utilizzati senza restrizioni anche per il sistema ETRS89 e per molte applicazioni anche per CH1903. Ma nel caso di CH1903, si deve tenere presente che a causa delle distorsioni locali di questa rete, le coordinate trasformate possono essere falsate fino a 1.6 metri rispetto alle coordinate ufficiali CH1903.

$$\begin{aligned} X_{CH1903+} &= X_{CHTRS95} - 674.374 \text{ m} \\ Y_{CH1903+} &= Y_{CHTRS95} - 15.056 \text{ m} \\ Z_{CH1903+} &= Z_{CHTRS95} - 405.346 \text{ m} \end{aligned}$$

1.5 Parametri Granit87

Questi parametri sono stati utilizzati tra il 1987 e il 1997 per la trasformazione tra CH1903 e WGS84. Se ne sconsiglia l'utilizzo.

$$\begin{aligned} dX &= 660.077 \text{ m} & \alpha &= r_x = 2.484 \text{ cc (secondi centesimali)} \\ dY &= 13.551 \text{ m} & \beta &= r_y = 1.783 \text{ cc (secondi centesimali)} \\ dZ &= 369.344 \text{ m} & \gamma &= r_z = 2.939 \text{ cc (secondi centesimali)} \\ s &= 1.00000566 \text{ (m = 5.66 ppm)} \end{aligned}$$

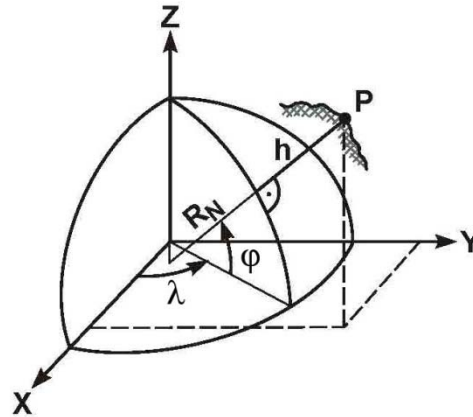
Devono essere usate con queste formule di trasformazione:

$$\begin{pmatrix} X_{WGS84} \\ Y_{WGS84} \\ Z_{WGS84} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dX \\ dY \\ dZ \end{pmatrix} + s \cdot D \cdot \begin{pmatrix} X_{CH1903} \\ Y_{CH1903} \\ Z_{CH1903} \end{pmatrix} \text{ con matrice di rotazione } D = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \text{ ed i suoi elementi}$$

$$\begin{aligned} r_{11} &= \cos \beta \cos \gamma \\ r_{21} &= -\cos \beta \sin \gamma \\ r_{31} &= \sin \beta \\ r_{12} &= \cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma \\ r_{22} &= \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma \\ r_{32} &= -\sin \alpha \cos \beta \\ r_{13} &= \sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma \\ r_{23} &= \sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma \\ r_{33} &= \cos \alpha \cos \beta \end{aligned}$$

2 Conversione tra coordinate ellissoidiche e cartesiane geocentriche

2.1 Coordinate ellissoidiche (longitudine λ , latitudine φ , quota h) \Rightarrow Coordinate cartesiane geocentriche X, Y, Z



$$\begin{aligned} X &= (R_N + h) \cdot \cos \varphi \cdot \cos \lambda \\ Y &= (R_N + h) \cdot \cos \varphi \cdot \sin \lambda \\ Z &= (R_N \cdot (1 - e^2) + h) \cdot \sin \varphi \end{aligned}$$

$$\text{con raggio normale di curvatura: } R_N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

I parametri "a" ed "e" dipendono dall' ellissoide di riferimento:

a = semiasse maggiore dell'ellissoide di riferimento

b = semiasse minore dell'ellissoide di riferimento

$$e = \text{prima eccentricità numerica dell'ellissoide} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

2.2 Coordinate cartesiane geocentriche $X, Y, Z \Rightarrow$ coordinate ellissoidiche (longitudine λ , latitudine φ , quota h)

$$\lambda = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right) \quad \varphi = \arctan\left(\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2} \cdot \left(1 - \frac{R_N \cdot e^2}{R_N + h}\right)}\right) \quad h = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos \varphi} - R_N$$

$$\text{con } R_N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}$$

Nota: Le quantità φ , R_N e h sono dipendenti l'una dall'altra. Quindi esse devono essere ricavate per iterazione (iniziando con un'approssimazione del valore di φ_0):

$$\text{Valore proposto di } \varphi_0: \quad \varphi_0 = \arctan \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}$$

3 Formule della proiezione svizzera

3.1 Annotazioni, costanti e valori ausiliari

Annotazioni

φ, λ :	latitudine e longitudine ellissoidiche nel sistema CH1903/CH1903+ relative a Greenwich
b, l :	coordinate sferiche relative a Berna
\bar{b}, \bar{l} :	coordinate sferiche relative al sistema pseudo-equatoriale a Berna
Y, X :	coordinate civili
y, x :	coordinate nazionali (militari) in MN03
E, N :	coordinate MN95

Dove non indicato, in tutte le formule le unità per gli angoli sono i radianti [rad] e le unità per le lunghezze sono i metri [m].

Costanti

$a = 6377397.155$ m	semiasse maggiore dell'ellissoide di Bessel
$E^2 = 0.006674372230614$	1 ^{ma} eccentricità numerica (al quadrato) dell'ellissoide di Bessel (*)
$\varphi_0 = 46^\circ 57' 08.66''$	latitudine ellissoidica del centro di proiezione a Berna (**)
$\lambda_0 = 7^\circ 26' 22.50''$	longitudine ellissoidica del centro di proiezione a Berna (**)

(*) Allo scopo distinguere la "e" dalle costanti di Eulero, la 1^{ma} eccentricità numerica in queste formule è annotata come "E". Non deve essere confusa con la Est del MN95.

(**) Questi sono anche chiamati "vecchi valori", i quali sono validi per tutti gli scopi geodetici. I cosiddetti "nuovi valori" (da una nuova determinazione astronomica delle coordinate della stazione fondamentale di Berna del 1938: $\varphi_0 = 46^\circ 57' 07.89''$, $\lambda_0 = 7^\circ 26' 22.335''$): sono stati usati solamente per scopi cartografici (indicazione delle latitudini e longitudini sulla carta nazionale). Si sconsiglia di utilizzare questi valori.

Calcolo dei valori ausiliari

Raggio della sfera di proiezione $R = \frac{a \cdot \sqrt{1-E^2}}{1-E^2 \sin^2 \varphi_0} = 6378815.90365$ m

Relazione tra la longitudine sulla sfera e sull'ellissoide: $\alpha = \sqrt{1 + \frac{E^2}{1-E^2} \cdot \cos^4 \varphi_0} = 1.00072913843038$

Latitudine del punto fondamentale sulla sfera: $b_0 = \arcsin\left(\frac{\sin \varphi_0}{\alpha}\right) = 46^\circ 54' 27.83324844''$

Costante della formula della latitudine:

$$K = \ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{b_0}{2}\right)\right) - \alpha \cdot \ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_0}{2}\right)\right) + \frac{\alpha \cdot E}{2} \cdot \ln\left(\frac{1+E \cdot \sin \varphi_0}{1-E \cdot \sin \varphi_0}\right) = 0.0030667323772751$$

3.2 Coordinate ellissoidiche (φ, λ) \Rightarrow Coordinate nella proiezione svizzera (formule rigorose)

Il calcolo numerico viene eseguito per la stazione del Rigi con i seguenti valori:

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^\circ 03' 28.95659233'' && = 0.821317799 \text{ rad} \\ \lambda &= 8^\circ 29' 11.11127154'' && = 0.148115967 \text{ rad}\end{aligned}$$

a) Ellissoide di Bessel (φ, λ) \Rightarrow sfera (b, l) (proiezione di Gauss)

Valore ausiliario:
$$S = \alpha \cdot \ln \left(\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \right) - \frac{\alpha \cdot E}{2} \cdot \ln \left(\frac{1 + E \cdot \sin \varphi}{1 - E \cdot \sin \varphi} \right) + K = 0.931969601072417$$

Latitudine sferica:
$$b = 2 \cdot \left(\arctan \left(e^S \right) - \frac{\pi}{4} \right) = 0.820535226 \text{ rad}$$

(= $47^\circ 00' 47.539422864''$)

Longitudine sferica:
$$l = \alpha \cdot (\lambda - \lambda_0) = 0.0182840649 \text{ rad}$$

(= $1^\circ 02' 51.3591108468''$)

b) Sistema equatoriale (b, l) \Rightarrow sistema pseudo-equatoriale (\bar{b}, \bar{l}) (rotazione)

$$\bar{l} = \arctan \left(\frac{\sin l}{\sin b_0 \cdot \tan b + \cos b_0 \cdot \cos l} \right) = 0.0124662714 \text{ rad}$$

(= $0^\circ 42' 51.3530463924''$)

$$\bar{b} = \arcsin(\cos b_0 \cdot \sin b - \sin b_0 \cdot \cos b \cdot \cos l) = 0.00192409259 \text{ rad}$$

(= $0^\circ 06' 36.8725855284''$)

c) Sfera (\bar{b}, \bar{l}) \Rightarrow proiezione piana (y, x) (proiezione di Mercatore)

$$Y = R \cdot \bar{l} = 79520.05$$

$$y_{MN03} = Y + 600000 = 679520.05$$

$$E_{MN95} = Y + 2600000 = 2679520.05$$

$$X = \frac{R}{2} \cdot \ln \left(\frac{1 + \sin \bar{b}}{1 - \sin \bar{b}} \right) = 12273.44$$

$$x_{MN03} = X + 200000 = 212273.44$$

$$N_{MN95} = X + 1200000 = 1212273.44$$

3.3 Coordinate nella proiezione svizzera \Rightarrow coordinate ellissoidiche (λ, φ) (formule rigorose)

Il punto del Rigi è stato usato di nuovo come esempio (MN95):

$$E = 2679520.05$$

$$N = 1212273.44$$

a) Proiezione piana (y, x) \Rightarrow Sfera (\bar{b}, \bar{l})

$$Y = y_{MN03} - 600'000$$

$$Y = E_{MN95} - 2'600'000$$

$$= 79520.05$$

$$X = x_{MN03} - 200'000$$

$$X = N_{MN95} - 1'200'000$$

$$= 12273.44$$

$$\bar{l} = \frac{Y}{R}$$

$$0.01246627136 \text{ rad}$$

$$\bar{b} = 2 \cdot \left[\arctan\left(e^{\frac{X}{R}} \right) - \frac{\pi}{4} \right]$$

$$0.00192409259 \text{ rad}$$

b) Sistema pseudo-equatoriale (\bar{b}, \bar{l}) \Rightarrow sistema equatoriale (b, l)

$$b = \arcsin(\cos b_0 \cdot \sin \bar{b} + \sin b_0 \cdot \cos \bar{b} \cdot \cos \bar{l})$$

$$= 0.820535226 \text{ rad}$$

$$l = \arctan\left(\frac{\sin \bar{l}}{\cos b_0 \cdot \cos \bar{l} - \sin b_0 \cdot \tan \bar{b}} \right)$$

$$= 0.0182840649 \text{ rad}$$

c) Sfera (b, l) \Rightarrow Ellissoide di Bessel (φ, λ)

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{l}{\alpha}$$

$$= 0.148115967 \text{ rad}$$

$$= 8^\circ 29' 11.111272''$$

$$S = \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) = \frac{1}{\alpha} \left[\ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{b}{2} \right) - K \right] + E \cdot \ln \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\arcsin(E \cdot \sin \varphi)}{2} \right)$$

$$\varphi = 2 \arctan(e^S) - \frac{\pi}{2}$$

Le equazioni per φ e anche per S devono essere risolte mediante **iterazione**.
Come valore iniziale proponiamo $\varphi = b$.

I passi delle iterazioni danno i seguenti risultati:

0. passo:

$$S = 0$$

$$\varphi = 0.820535226$$

1. passo:

$$S = 0.933114264192610$$

$$\varphi = 0.821315364725524$$

2. passo:

$$S = 0.933117825679560$$

$$\varphi = 0.821317791017021$$

3. passo:

$$S = 0.933117836751434$$

$$\varphi = 0.821317798559814$$

4. passo:

$$S = 0.933117836785854$$

$$\varphi = 0.821317798583263$$

5. passo:

$$S = 0.933117836785961$$

$$\varphi = 0.821317798583336$$

6. passo:

$$S = 0.933117836785961$$

$$\varphi = 0.821317798583336$$

$$\varphi = 47^\circ 03' 28.956592''$$

3.4 Coordinate nella proiezione svizzera \Rightarrow coordinate ellissoidiche (φ, λ) (formule approssimate)

semplificata da: [Bolliger 1967]

Annotazioni ed unità

- φ, λ = latitudine e longitudine ellissoidiche nel sistema CH1903/03+ relative a Greenwich in [10000 ""]
 Y, X = proiezione delle coordinate civili in [1000 km]
 y, x = proiezione delle coordinate ufficiali in MN03 in [1000 km]
 E, N = proiezione delle coordinate MN95 in [1000 km]

Calcoli

$$Y = y_{MN03} - 0.6 X = x_{MN03} - 0.2 \text{ resp.}$$

$$Y = E_{MN95} - 2.6 X = N_{MN95} - 1.2$$

$$\lambda = 2.67825 + a_1 * Y + a_3 * Y^3 + a_5 * Y^5 \quad \text{con}$$

$a_1 =$	+ 4.729 730 56	$a_3 =$	- 0.044 270	$a_5 =$	+ 0.000 96
	+ 0.792 571 4 * X		- 0.025 50 * X		
	+ 0.132 812 * X ²		- 0.009 6 * X ²		
	+ 0.025 50 * X ³				
	+ 0.004 8 * X ⁴				

$$\varphi = 16.902866 + p_0 + p_2 * Y^2 + p_4 * Y^4 \quad \text{con}$$

$p_0 =$	0	$p_2 =$	- 0.271 353 79	$p_4 =$	+ 0.002 442
	+ 3.238 648 77 * X		- 0.045 044 2 * X		+ 0.001 32 * X
	- 0.002 548 6 * X ²		- 0.007 553 * X ²		
	- 0.013 245 * X ³		- 0.001 46 * X ³		
	+ 0.000 048 * X ⁴				

Errore dell'approssimazione (per $|Y| < 0.2$ e $|X| < 0.1$):

Per un'approssimazione limitata al 3° ordine: $\Delta\lambda < 0.16''$ e $\Delta\varphi < 0.04''$

Per un'approssimazione limitata al 5° ordine: $\Delta\lambda < 0.00014''$ e $\Delta\varphi < 0.00004''$

Il controllo dei calcoli può essere fatto usando l'esempio del capitolo precedente (punto Rigi).
Ulteriori formule approssimate ed esempi possono essere trovati in [Bolliger 1967].

3.5 Coordinate ellissoidiche (λ, φ) \Rightarrow Coordinate nella proiezione svizzera (formule approssimate)

semplificata da: [Bolliger 1967]

Annotazioni ed unità

- φ, λ = latitudine e longitudine ellissoidiche nel sistema CH1903/03+ relative a Greenwich in [10'000 "]
- Y, X = coordinate civili in [1000 km]
- y, x = coordinate nazionali (militari) in MN03 in [1000 km]
- E, N = coordinate MN95 in [1000 km]

Valori ausiliari:

$$\Phi = \varphi - 16.902866''$$

$$\Lambda = \lambda - 2.67825''$$

Calcoli

$$Y = y_1 \cdot \Lambda + y_3 \cdot \Lambda^3 + y_5 \cdot \Lambda^5 \quad \text{con}$$

$$\begin{array}{lll}
 y_1 = + 0.211\,428\,533\,9 & y_3 = - 0.000\,044\,232\,7 & y_5 = + 0.000\,000\,019\,7 \\
 - 0.010\,939\,608 \cdot \Phi & + 0.000\,004\,291 \cdot \Phi & \\
 - 0.000\,002\,658 \cdot \Phi^2 & - 0.000\,000\,309 \cdot \Phi^2 & \\
 - 0.000\,008\,53 \cdot \Phi^3 & &
 \end{array}$$

$$X = x_0 + x_2 \cdot \Lambda^2 + x_4 \cdot \Lambda^4 \quad \text{con}$$

$$\begin{array}{lll}
 x_0 = 0 & x_2 = + 0.003\,745\,408\,9 & x_4 = - 0.000\,000\,734\,6 \\
 + 0.308\,770\,746\,3 \cdot \Phi & - 0.000\,193\,792\,7 \cdot \Phi & + 0.000\,000\,144\,4 \cdot \Phi \\
 + 0.000\,075\,028 \cdot \Phi^2 & + 0.000\,004\,340 \cdot \Phi^2 & \\
 + 0.000\,120\,435 \cdot \Phi^3 & - 0.000\,000\,376 \cdot \Phi^3 & \\
 + 0 \cdot \Phi^4 & & \\
 + 0.000\,000\,07 \cdot \Phi^5 & &
 \end{array}$$

$$y_{MN03} = Y + 0.6$$

$$X_{MN03} = X + 0.2 \text{ resp.}$$

$$E_{MN95} = Y + 2.6$$

$$N_{MN95} = X + 1.2$$

Errore dell'approssimazione (per $|\Lambda| < 1.0$ e $|\Phi| < 0.316$):

Per un'approssimazione limitata al 3° ordine: $\Delta Y < 1.2$ m e $\Delta X < 0.75$ m

Per un'approssimazione limitata al 5° ordine: $\Delta Y < 0.001$ m e $\Delta X < 0.0007$ m

Il controllo dei calcoli può essere fatto usando l'esempio del capitolo precedente (punto Rigi). Ulteriori formule approssimate ed esempi possono essere trovati in [Bolliger 1967].

3.6 Formule per la convergenza del meridiano e per la distorsione di scala

Le distorsioni, causate dalle proiezioni, possono essere descritte completamente dalla convergenza del meridiano μ (angolo tra la direzione del nord ellissoidico e la direzione del nord della griglia della proiezione) e la distorsione di scala m (relazione di una linea infinitamente piccola nella proiezione e sull'ellissoide):

convergenza del meridiano:
$$\mu = \arctan \frac{\sin b_0 \cdot \sin l}{\cos b_0 \cdot \cos b + \sin b_0 \cdot \sin b \cdot \cos l}$$

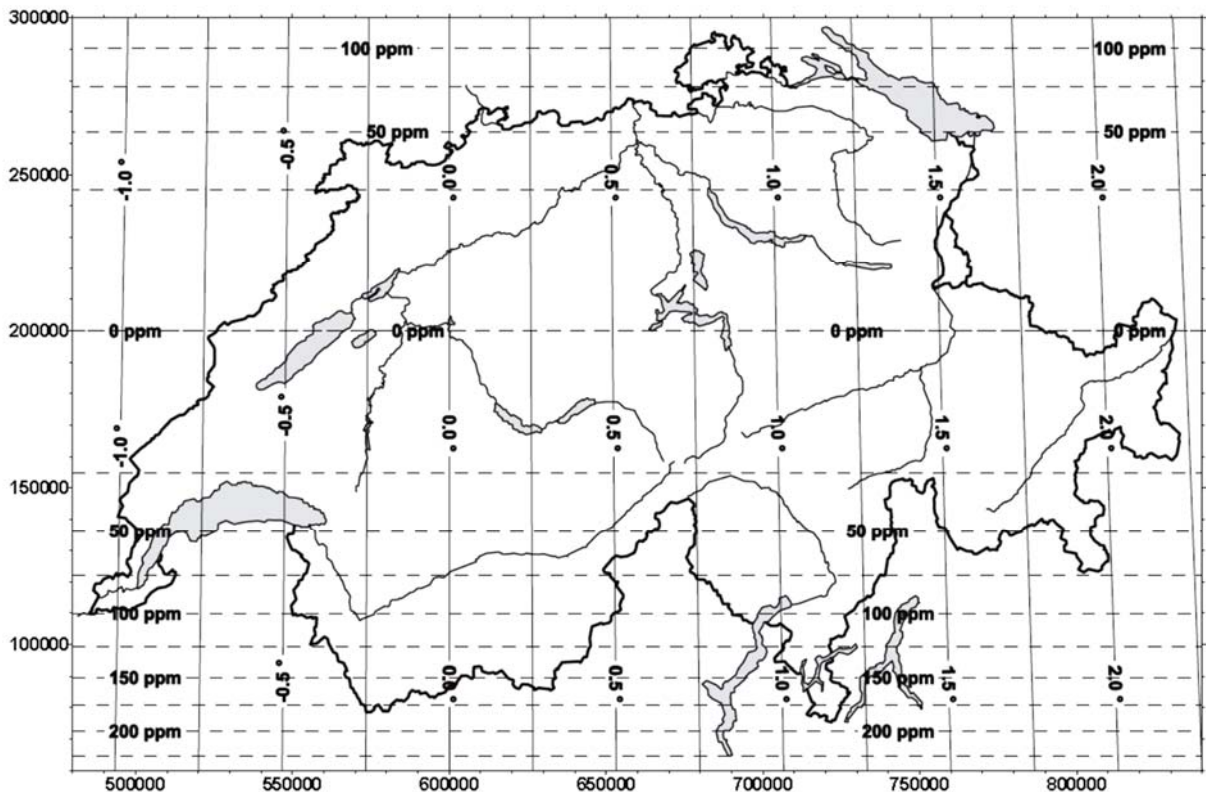
formula approssimata:
$$\mu = 10.668 \cdot 10^{-6} \cdot Y + 1.788 \cdot 10^{-12} \cdot Y \cdot X - 0.14 \cdot 10^{-18} \cdot Y^3$$

Y e X denotano le coordinate nella proiezione del sistema civile in [m]. La convergenza del meridiano μ è ottenuta in gradi (gon).

Distorsione di scala (termine principale):
$$m = \frac{S_{proj}}{S_{ell}} = \alpha \cdot \frac{R}{R_N} \cdot \frac{\cos b}{\cos \varphi \cdot \cos b}$$

Formula approssimata:
$$m = 1 + \frac{X^2}{2R^2}$$

Esempio: Punto Rigi (E = 679520.05, N = 1212273.44)
 Da coordinate geografiche: $\mu = 0.8499955$ gon, $m = 1.000001852$
 Da formule approssimate: $\mu = 0.8499946$ gon, $m = 1.000001851$



Rappresentazione della convergenza del meridiano (in gradi) e della distorsione di scala (tratteggio, in ppm)

4 Soluzione approssimata per la trasformazione CH1903 \Leftrightarrow WGS84

4.1 Formule approssimate per la trasformazione diretta da coordinate ellissoidiche WGS84 verso coordinate nella proiezione svizzera

(Precisione dell'ordine di 1 metro)

Da: [H. Dupraz, transformation approchée de coordonnées nationales suisses, IGEO-TOPO, EPFL, 1992]

I parametri sono stati rideterminati da U. Marti (Maggio 1999). In aggiunta, le unità sono state cambiate quindi i parametri sono comparabili con i valori pubblicati in [Bolliger, 1967].

1. Convertire la latitudine φ e la longitudine λ in arcosecondi ["]
2. Calcolare i valori ausiliari (differenze di latitudine e longitudine relative a Berna nell'unità [10000"]):

$$\varphi' = (\varphi - 169028.66 \text{ ''})/10000$$

$$\lambda' = (\lambda - 26782.5 \text{ ''})/10000$$

3. Calcolare coordinate nella proiezione in MN95 (E, N, h) o in MN03 (y, x, h)

$$\begin{aligned} E \text{ [m]} = & 2600072.37 \\ & + 211455.93 * \lambda' \\ & - 10938.51 * \lambda' * \varphi' \\ & - 0.36 * \lambda' * \varphi'^2 \\ & - 44.54 * \lambda'^3 \end{aligned}$$

$$y \text{ [m]} = E - 2000000.00$$

$$\begin{aligned} N \text{ [m]} = & 1200147.07 \\ & + 308807.95 * \varphi' \\ & + 3745.25 * \lambda'^2 \\ & + 76.63 * \varphi'^2 \\ & - 194.56 * \lambda'^2 * \varphi' \\ & + 119.79 * \varphi'^3 \end{aligned}$$

$$x \text{ [m]} = N - 1000000.00$$

$$\begin{aligned} h_{CH} \text{ [m]} = & h_{WGS} - 49.55 \\ & + 2.73 * \lambda' \\ & + 6.94 * \varphi' \end{aligned}$$

4. Esempio numerico:

dati:	$\varphi = 46^\circ 02' 38.87''$	$\lambda = 8^\circ 43' 49.79''$	$h_{WGS} = 650.60 \text{ m}$
→	$\varphi' = -0.326979$	$\lambda' = 0.464729$	
→ MN95	$E = 2\,699\,999.76 \text{ m}$	$N = 1\,099\,999.97 \text{ m}$	$h_{CH} = 600.05 \text{ m}$
→ MN03	$y = 699\,999.76 \text{ m}$	$x = 99\,999.97 \text{ m}$	$h_{CH} = 600.05 \text{ m}$
referenza:	$y = 700\,000.0 \text{ m}$	$x = 100\,000.0 \text{ m}$	$h_{CH} = 600 \text{ m}$

La precisione delle formule approssimate è migliore di 1 metro in planimetria e 0.5 metri in altimetria in ogni luogo della Svizzera.

Osservazione sulle altezze:

In queste formule, si è supposto di lavorare con le altezze ellissoidiche così come ottenute dalle misurazioni GPS. Se sono usate "le altezze sopra il livello del mare", le altezze sono le stesse in entrambi i sistemi con la precisione dell'ordine di 1 metro. Quindi, non è necessaria alcuna trasformazione.

4.2 Formule approssimate per la trasformazione diretta da coordinate nella proiezione svizzera verso coordinate ellissoidiche WGS84

(Precisione nell'ordine di 0.1")

Queste formule sono state ricavate da U. Marti nel maggio 1999, basate sulle formule di [Bolliger, 1967]

- Convertire le coordinate della proiezione E (est) e N (nord) nel MN95 (o y / x nel MN03) nel sistema civile (Berna = 0 / 0) e esprimersi nell'unità [1000 km]:

$$y' = (E - 2600000 \text{ m})/1000000 = (y - 600000 \text{ m})/1000000$$

$$x' = (N - 1200000 \text{ m})/1000000 = (x - 200000 \text{ m})/1000000$$

- Calcolare la longitudine λ e la latitudine φ nell'unità [10000"]:

$$\begin{aligned} \lambda' = & 2.6779094 \\ & + 4.728982 \quad * y' \\ & + 0.791484 \quad * y' * x' \\ & + 0.1306 \quad * y' * x'^2 \\ & - 0.0436 \quad * y'^3 \\ \\ \varphi' = & 16.9023892 \\ & + 3.238272 \quad * x' \\ & - 0.270978 \quad * y'^2 \\ & - 0.002528 \quad * x'^2 \\ & - 0.0447 \quad * y'^2 * x' \\ & - 0.0140 \quad * x'^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_{\text{WGS}} [\text{m}] = h_{\text{CH}} + & 49.55 \\ & - 12.60 * y' \\ & - 22.64 * x' \end{aligned}$$

- Convertire latitudine e longitudine all'unità [°]:

$$\lambda = \lambda' * 100 / 36$$

$$\varphi = \varphi' * 100 / 36$$

- Esempio numerico:

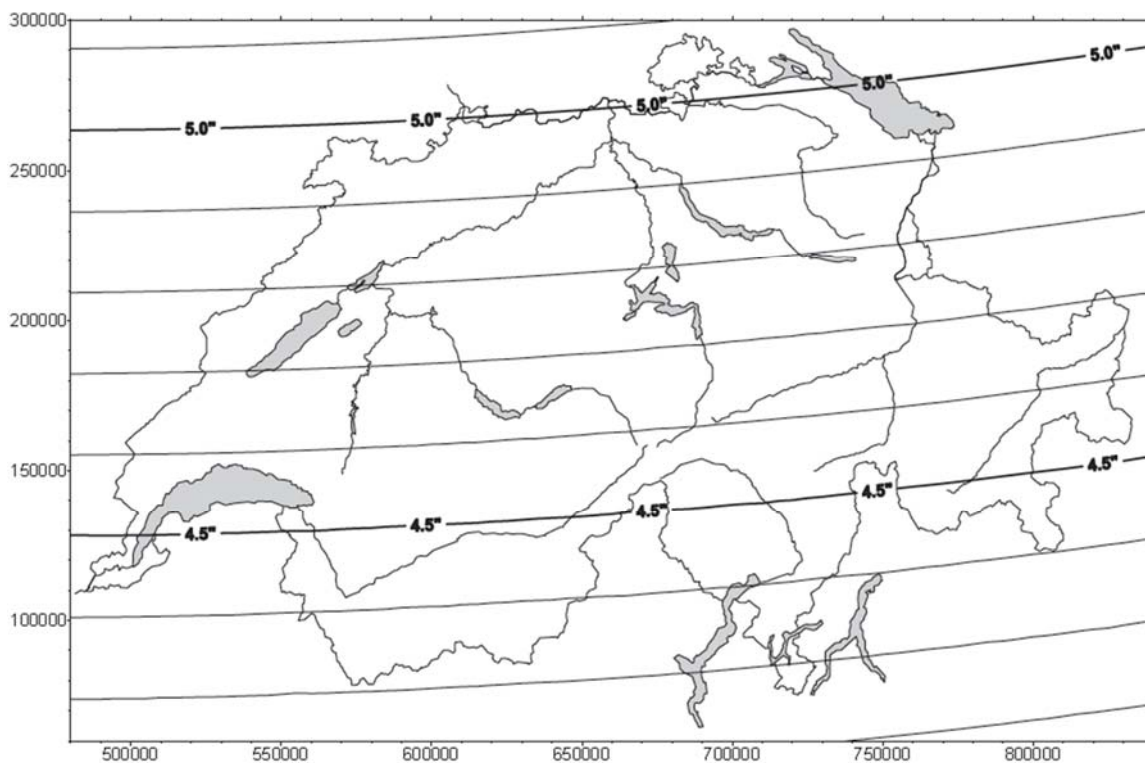
dati:	E = 2 700 000 m	N = 1 100 000 m	$h_{\text{CH}} = 600 \text{ m}$
→	$y' = 0.1$	$x' = -0.1$	
→	$\lambda' = 3.14297976$	$\varphi' = 16.57588564$	$h_{\text{WGS}} = 650.55 \text{ m}$
→	$\lambda = 8^\circ 43' 49.80''$	$\varphi = 46^\circ 02' 38.86''$	
referenza:	$\lambda = 8^\circ 43' 49.79''$	$\varphi = 46^\circ 02' 38.87''$	$h = 650.60 \text{ m}$

La precisione dell'approssimazione della formula è migliore di 0.12" in longitudine, 0.08" in latitudine e 0.5 metri in altezza in ogni luogo della Svizzera.

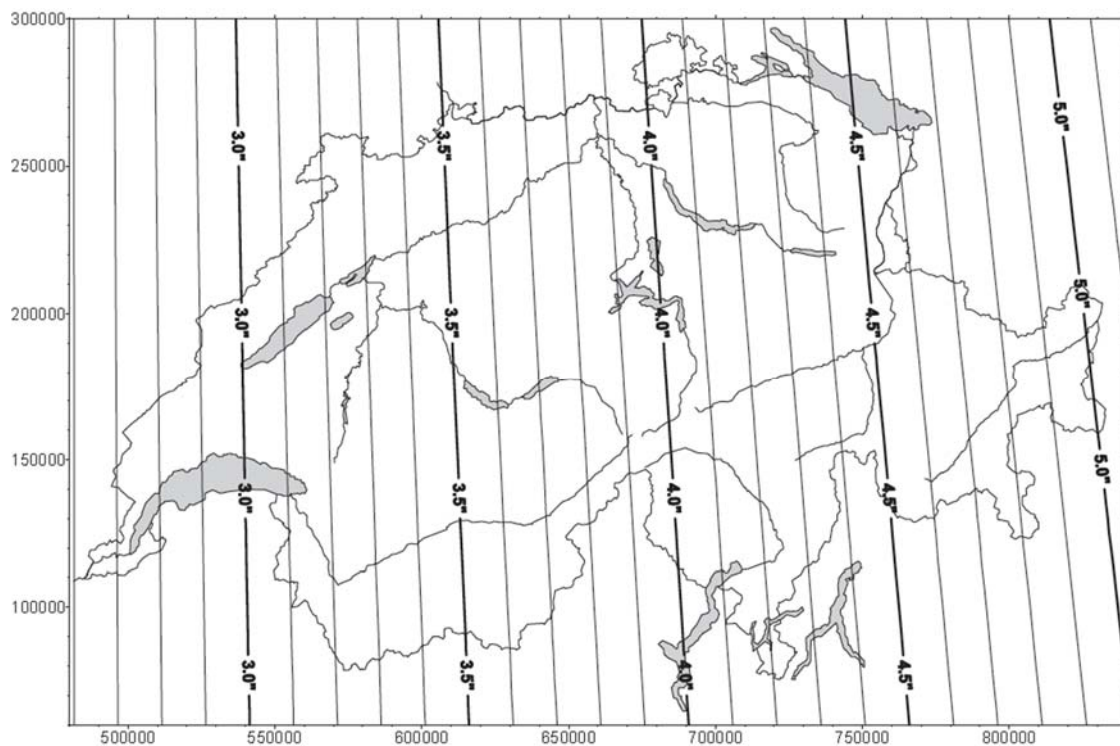
Osservazione sulle altezze:

In queste formule, si è supposto di lavorare con le altezze ellissoidiche così come ottenute dalle misurazioni GPS. Se sono usate "le altezze sopra il livello del mare", le altezze sono le stesse in entrambi i sistemi con la precisione dell'ordine di 1 metro. Quindi, non è necessaria alcuna trasformazione.

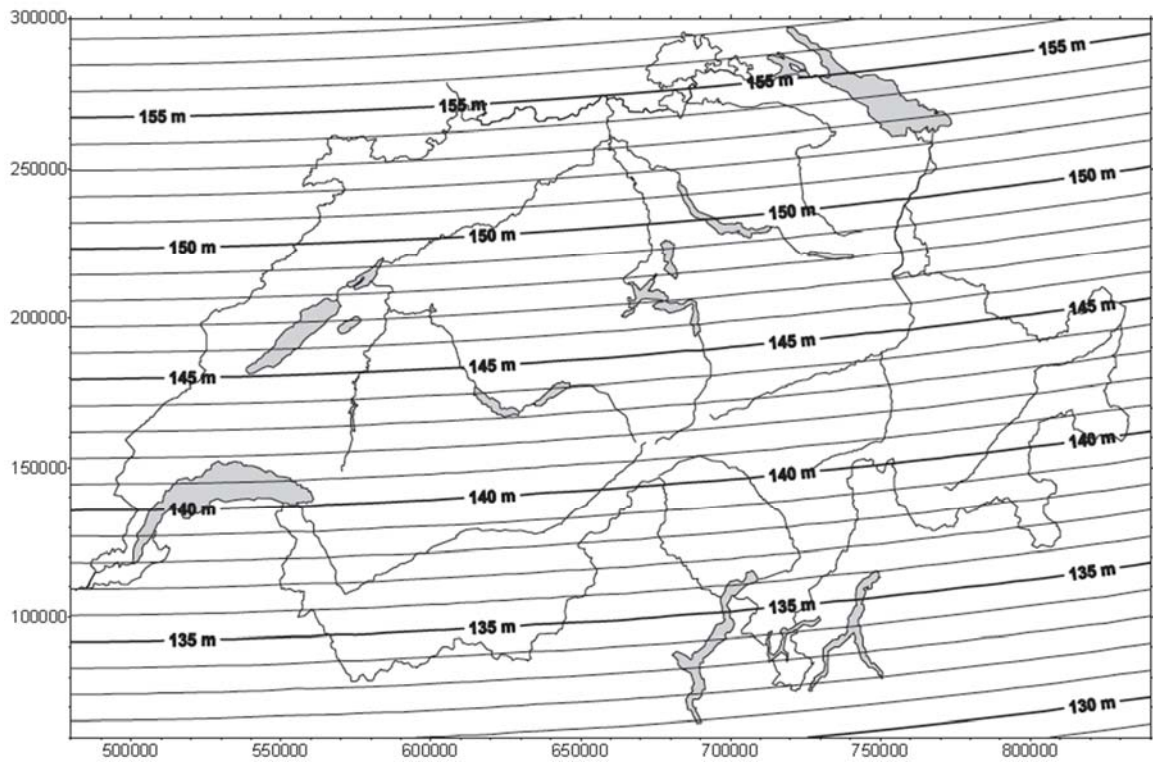
5 Diagramma delle differenze tra CH1903/CH1903+ e ETRS89/WGS84



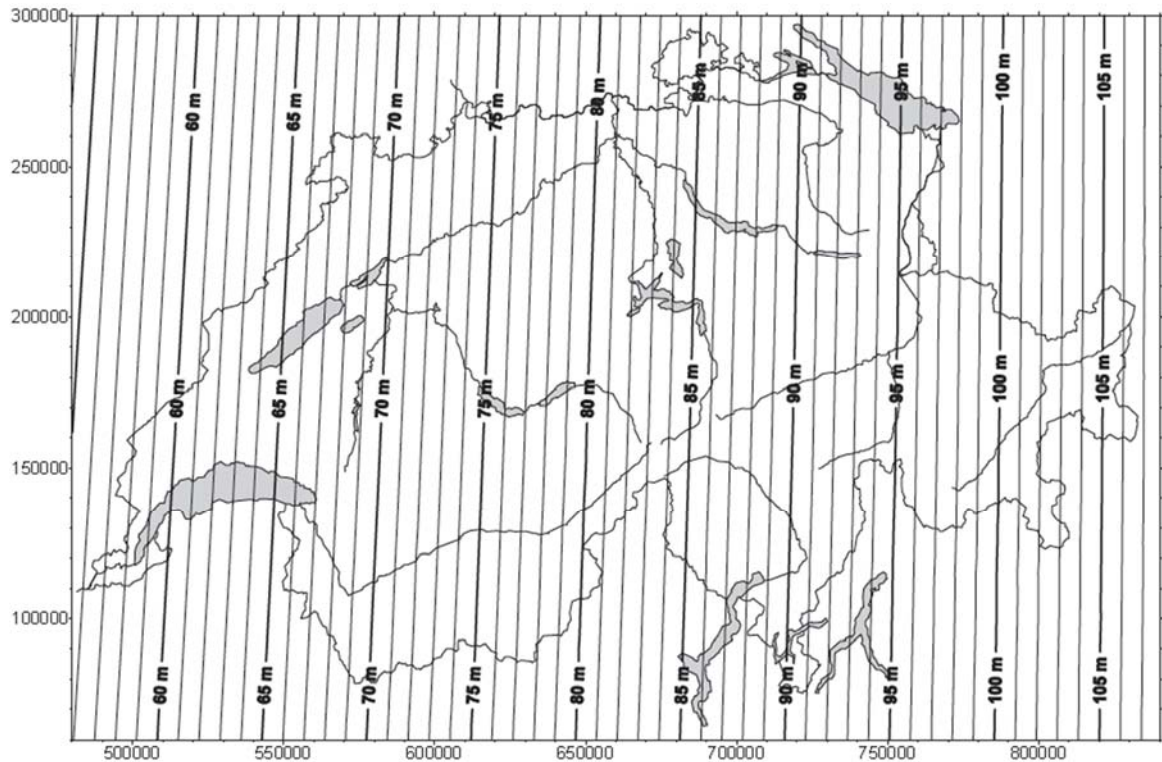
Differenze in latitudine: CH1903+ meno ETRS89 (in arcosecondi)



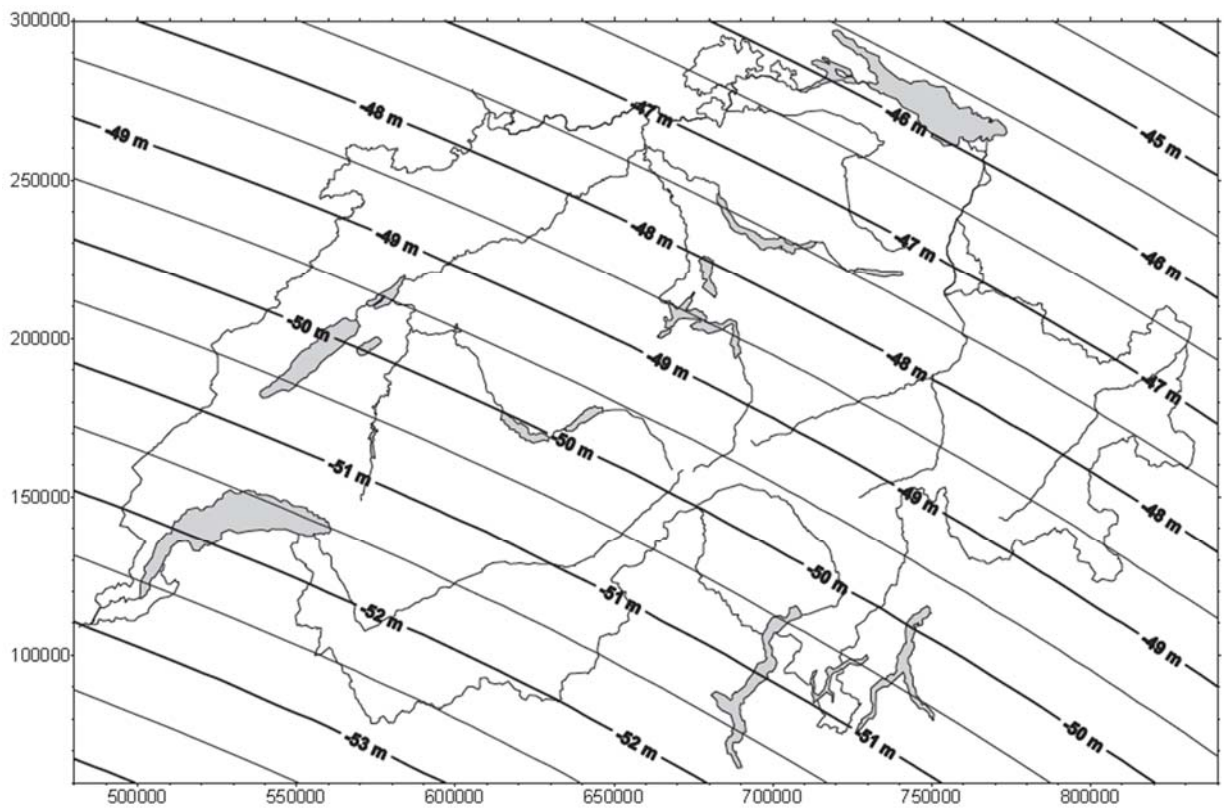
Differenze di longitudine: CH1903+ meno ETRS89 (in arcosecondi)



Differenze di latitudine: CH1903+ meno ETRS89 (convertiti in metri)



Differenze di longitudine: CH1903+ meno ETRS89 (convertiti in metri)



Differenze delle altezze ellissoidiche: CH1903+ meno ETRS89 [in metri]

6 Sommario delle trasformazioni

6.1 Da MN03/LF02 a ETRS89

Per una trasformazione rigorosa dalle coordinate nella proiezione MN03 con altezze in LF02 a ETRS89 sono necessari i seguenti passaggi:

1. Trasformazione delle altezze LF02 ad altezze ortometriche RAN95 mediante griglie HTRANS (Le trasformazioni di altezza possono essere omesse per incertezze nell'ordine di 1 metro o se le altezze non sono ritenute importanti)
2. Trasformazione delle quote ortometriche RAN95 a quote ellissoidiche utilizzando il modello del geoide CHGeo2004 (può essere omessa se l'altezza non è ritenuta importante, per incertezze nell'ordine di 1 metro possono essere utilizzati altri modelli di geoide)
3. Trasformazione di MN03 a MN95 utilizzando l'algoritmo Fineltra (banca dati CHENyx06) o una griglia di approssimazione delle differenze (possono essere omesse per incertezze nell'ordine di 1 metro)
4. Conversione in coordinate ellissoidiche CH1903+ sull' ellissoide di Bessel utilizzando le formule inverse della proiezione del capitolo 3.3.
5. Conversione delle coordinate cartesiane geocentriche (dato CH1903 +) utilizzando le formule del capitolo 2.1 e dei parametri dell'ellissoide di Bessel (se l'altezza è sconosciuta o irrilevante, può essere utilizzato un valore approssimato o il valore 0, che non influisce in modo significativo sul risultato).
6. Trasformazione datum da CH1903+ a ETRS89 (CHTRS95) utilizzando i parametri del capitolo 1.4.
7. Calcolo delle coordinate ellissoidiche in ETRS89 utilizzando le formule del capitolo 2.2 ed i parametri di GRS80.
8. L'ulteriore trattamento delle risultanti coordinate ellissoidiche ETRS89 (proiezione o la cambio di quota) non sono discusse in questo documento.

Nell'ordine di 1 metro (all'interno della Svizzera) il punto 4 può essere sostituito da formule approssimate del capitolo 3.4 o i punti da 4 a 7 possono essere approssimati dalle formule del capitolo 4.2.

6.2 Da ETRS89 a MN03/LF02

Per una trasformazione rigorosa dalle coordinate ellissoidiche ETRS89 con quote ellissoidiche a MN03/LF02 sono necessari i seguenti:

1. Conversione delle coordinate cartesiane geocentriche (ETRS89) utilizzando le formule del capitolo 2.1 e dei parametri di GRS80 (se la quota è sconosciuta o irrilevante, può essere utilizzato un valore approssimato - o anche impostare il valore zero, tanto non influirà significativamente il risultato).
2. Trasformazione datum da ETRS89 (CHTRS95) a CH1903+ utilizzando i parametri del capitolo 1.4.
3. Calcolo delle coordinate ellissoidiche in CH1903+ utilizzando le formule del capitolo 2.2 e i parametri dell'ellissoide di Bessel.
4. Calcolo delle coordinate MN95 (con quote ellissoidiche) utilizzando le formule di proiezione del capitolo 3.2.
5. Trasformazione da MN95 a MN03 utilizzando l'algoritmo Fineltra (banca dati CHENyx06) o una griglia di approssimazione delle differenze (può essere omessi per incertezze nell'ordine di 1 metro).
6. Trasformazione delle quote ellissoidiche a quote ortometriche RAN95 utilizzando il modello di geoide CHGeo2004 (può essere omesso se l'altezza non ha nessuna importanza e per incertezze superiori ad 1 metro possono essere utilizzati altri modelli di geoide)
7. Trasformazione delle altezze RAN95 a LF02 tramite griglie HTRANS (può essere omesso per cambi di quota con incertezza superiore ad 1 metro o se le quote non sono di estrema importanza)

A livello di 1 metro (all'interno della Svizzera) al punto 4 può essere sostituito da formule approssimate del capitolo 3.4 o i punti da 4 a 7 possono essere approssimati dalle formule del capitolo 4.1.

7 Esempi numerici

7.1 Cambio di coordinate MN03/LF02 ⇒ ETRS89

Come input per questo esempio, vengono utilizzati i punti EUREF della Svizzera. Tutti i calcoli sono stati effettuati con i programmi di swisstopo REFRAME e GEOREF. Piccole differenze (<1 mm) nei risultati possono essere causati dagli effetti di arrotondamento.

Coordinate nella proiezione svizzera MN03 con quote LF02

Zimmerwald	602030.680	191775.030	897.915
Chrischona	617306.300	268507.300	456.064
Pfaender	776668.105	265372.681	1042.624
La Givrine	497313.292	145625.438	1207.434
Monte Generoso	722758.810	87649.670	1636.600

⇒ Trasformazione FINELTRA con CHENyx06 e cambio delle quote con HTRANS ⇒

Coordinate nella proiezione svizzera MN95 con quote ortometriche RAN95

Zimmerwald	2602030.740	1191775.030	897.906
Chrischona	2617306.920	1268507.870	455.915
Pfaender	2776668.590	1265372.250	1042.528
La Givrine	2497312.650	1145626.140	1207.473
Monte Generoso	2722759.060	1087648.190	1636.794

⇒ Calcolo e aggiunta del modello del geode (CHGeo2004) ⇒

Coordinate nella proiezione svizzera MN95 con quote ellissoidiche e ondulazioni del geode

Zimmerwald	2602030.740	1191775.030	897.361	-0.5454
Chrischona	2617306.920	1268507.870	457.138	1.2233
Pfaender	2776668.590	1265372.250	1043.616	1.0880
La Givrine	2497312.650	1145626.140	1206.367	-1.1060
Monte Generoso	2722759.060	1087648.190	1634.472	-2.3227

⇒ Conversione alle coordinate ellissoidiche

Coordinate ellissoidiche e quote in CH1903+

Zimmerwald	7 27 58.416328	46 52 42.269284	897.361
Chrischona	7 40 10.574820	47 34 6.404965	457.138
Pfaender	9 47 8.465989	47 31 0.092644	1043.616
La Givrine	6 6 9.983811	46 27 19.272743	1206.367
Monte Generoso	9 1 20.606368	45 55 49.707052	1634.472

⇒ Conversione alle coordinate cartesiane-geocentriche

Coordinate cartesiane-geocentriche in CH1903+

Zimmerwald	4330616.737	567539.766	4632721.664
Chrischona	4272473.562	575353.239	4684498.293
Pfaender	4252889.174	733507.303	4681046.757
La Givrine	4377121.142	467993.592	4600671.934
Monte Generoso	4389483.221	696984.352	4560589.600

⇒ Trasformazione di datum da CH1903+ a ETRS89 ⇒

Coordinate cartesiane-geocentriche in ETRS89 / CHTRS95

Zimmerwald	4331291.111	567554.822	4633127.010
Chrischona	4273147.936	575368.294	4684903.639
Pfaender	4253563.548	733522.359	4681452.103
La Givrine	4377795.516	468008.648	4601077.280
Monte Generoso	4390157.595	696999.408	4560994.946

⇒ Conversione alle coordinate ellissoidiche

Coordinate e quote ellissoidiche in ETRS89

Zimmerwald	7 27 54.983506	46 52 37.540562	947.149
Chrischona	7 40 6.983077	47 34 1.385301	504.935
Pfaender	9 47 3.697723	47 30 55.172797	1089.372
La Givrine	6 6 7.326361	46 27 14.690021	1258.274
Monte Generoso	9 1 16.389053	45 55 45.438020	1685.027

7.2 Cambio di coordinate ETRS89 ⇒ MN03/LF02

Per testare questi calcoli, possono essere utilizzati gli stessi punti e numeri come nell'esempio del capitolo 7.1 ma solo in ordine inverso.

8 Riferimenti

- Bolliger J. (1967): Die Projektionen der Schweizerischen Plan- und Kartenwerke. Druckerei Winterthur AG, Winterthur.
- Dupraz H. (1992): Transformation approchée de coordonnées WGS84 en coordonnées nationales suisses, IGEO-TOPO, EPF Lausanne.
- Hilfiker J. (1902): Untersuchung der Höhenverhältnisse der Schweiz im Anschluss an den Meereshorizont. L+T, Bern.
- Marti U. (1997): Geoid der Schweiz 1997. Geodätisch-Geophysikalische Arbeiten in der Schweiz Nr. 56.
- Marti U., D. Egger (1999): Bezugssysteme in der Praxis: Geodätische Bezugssysteme und Koordinatentransformationen für den GPS-Anwender. Technischer Bericht 99-20, swisstopo, Wabern.
- Marti U., D. Egger (1999): Systèmes de référence en pratique: Systèmes géodésiques de référence et transformations de coordonnées pour l'utilisateur du GPS. Rapport technique 99-34, swisstopo, Wabern.
- Rosenmund M. (1903): Die Änderung des Projektionssystems der Schweizerischen Landesvermessung, L+T, Bern.
- Schlatter A. (2007): Das neue Landeshöhennetz der Schweiz LHN95. Geodätisch-Geophysikalische Arbeiten in der Schweiz Nr. 72.
- Schneider D, E. Gubler, U. Marti, W. Gurtner (2001): Aufbau der neuen Landesvermessung LV95 Teil 3: Terrestrische Bezugssysteme und Bezugsrahmen. Berichte aus der L+T Nr. 8. Wabern.
- Zölly, H. (1948): Geschichte der Geodätischen Grundlagen für Karten und Vermessungen in der Schweiz, L+T, Wabern.